センター試験数学対策講座

H24 数ⅠA-2
学習日　　／

a, b を定数として2次関数

$$y=-x^2+(2a+4)x+b \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

について考える。関数①のグラフ G の頂点の座標は

$$\left(a+\boxed{ア},\ a^2+\boxed{イ}a+b+\boxed{ウ}\right)$$

である。以下，この頂点が直線 $y=-4x-1$ 上にあるとする。このとき，

$$b=-a^2-\boxed{エ}a-\boxed{オカ}$$

である。

(1) グラフ G が x 軸と異なる2点で交わるような a の値の範囲は

$$a<\frac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}}$$

である。また，G が x 軸の正の部分と負の部分の両方で交わるような a の値の範囲は

$$-\boxed{コ}-\sqrt{\boxed{サ}}<a<-\boxed{コ}+\sqrt{\boxed{サ}}$$

である。

(2) 関数①の $0\leqq x\leqq 4$ における最小値が -22 となるのは

$$a=\boxed{シス} \quad \text{または} \quad a=\boxed{セ}$$

のときである。また $a=\boxed{セ}$ のとき，関数①の $0\leqq x\leqq 4$ における最大値は $\boxed{ソタチ}$ である。

一方，$a=\boxed{シス}$ のときの①のグラフを x 軸方向に $\boxed{ツ}$，y 軸方向に $\boxed{テトナ}$ だけ平行移動すると，$a=\boxed{セ}$ のときのグラフと一致する。

＜考え方・ヒント＞

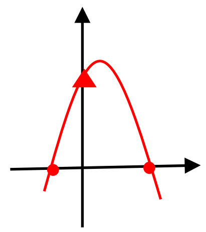
y=ax²+bx+c　を　y=a(x－p)²+q　の形に変形する。

頂点(p , q)が直線上にあるから　q=－4p－1　が成り立つ。

(1)　グラフ G は上に凸なので頂点の y 座標 q が　q ＞0　のときに x 軸と 2 点で交わる。

＊式①の判別式 D＞0 でもよい。

x ＝0 の y 座標(y 切片▲)＞0 であれば、G は x 軸の正と負の部分の両方で交わる。



＊参考＊　解と係数の関係で

$\alpha\beta=c/a<0$

(2)　x の定義域の中央（x=2）の左右どちらに軸があるかによって最小値になる位置が異なる。

頂点の x 座標＜0

→　x ＝0 で最大

0≦頂点の x 座標≦4

→　頂点が最大

4＜頂点の x 座標

→　x ＝4 で最大のとき、

【解答欄】

記号	ア	イ	ウ	エ	オカ	キク	ケ	コ	サ
解答									
配点	4			3		3		3	

記号	シス	セ	ソタチ	ツ	テトナ
解答					
配点	2	2	4	2	2

＜略解＞

①を変形する。

$$y=-\{x^2-(2a+4)\}+b$$
$$=-\{x-(a+2)\}^2+(a+2)^2+b$$
$$=-\{x-(a+2)\}^2+a^2+4a+b+4$$

よって頂点は　$(a+2, a^2+4a+b+4)$

ｘ＝a+2　$y=a^2+4a+b+4$　を　y=－4ｘ－1　に代入

$a^2+4a+b+4=-4(a+2)-1$　よって　$b=-a^2-8a-13$

(1)　グラフ G がｘ軸と異なる 2 点で交わるためには，　グラフ G が上に凸の放物線であることから

頂点のｙ座標＞0　つまり　$a^2+4a+b+4>0$

$b=-a^2-8a-13$　を代入して　$-4a+9>0$　よって　$a<\frac{9}{4}$

グラフ G がｘ軸の制の部分と負の部分の両方で交わるためには，ｙ軸との交点＞0　でなければならない。

①でｘ＝0 のとき　ｙ＝b　従って　$-a^2-8a-13>0$　これより　$-4-\sqrt{3}<a<-4+\sqrt{3}$

(2)　軸 x=a+2＜2　つまり　a＜0　の場合　最小値は　ｘ＝4　のときで

$y=-16+8a+16+b=-a^2-13$

$-a^2-13=-22$　から　a=±3　よって　a=－3

軸 x=a+2≧2　つまり　a≧0　の場合　最小値は　ｘ＝0　のときで　y=b

$b=-a^2-8a-13=-22$　から　a=1，－9　よって　a=1

a=1 のとき，軸は x=3　従って，最大値は頂点の　$a^2+4a+b+4=-13$

a=－3 のとき　頂点は(－1，21)　a=1 のときの頂点は(3，5)

よって，ｘ軸方向に 4，ｙ軸方向に－16 平行移動すれば重なる。

＜解答＞

記号	ア	イ	ウ	エ	オカ	キク	ケ	コ	サ
解答	**2**	**2**	**4**	**8**	**13**	**－9**	**4**	**4**	**3**
配点	4			3		3		3	

記号	シス	セ	ソタチ	ツ	テトナ
解答	**－3**	**1**	**－13**	**4**	**－16**
配点	2	2	4	2	2