

センター試験数学対策講座

H23 数 I A-1 (2)

学習日 /

[2] 実数 a, b に関する条件 p, q を次のように定める。

$$p: (a+b)^2 + (a-2b)^2 < 5$$

$$q: |a+b| < 1 \text{ または } |a-2b| < 2$$

(1) 次の①～③のうち、命題「 $q \implies p$ 」に対する反例になっているのは である。

① $a=0, b=0$

② $a=1, b=0$

③ $a=0, b=1$

④ $a=1, b=1$

(2) 命題「 $p \implies q$ 」の対偶は「 \implies 」である。

, に当てはまるものを、次の①～⑦のうちから一つずつ選べ。

① $|a+b| < 1$ かつ $|a-2b| < 2$

② $(a+b)^2 + (a-2b)^2 < 5$

③ $|a+b| < 1$ または $|a-2b| < 2$

④ $(a+b)^2 + (a-2b)^2 \leq 5$

⑤ $|a+b| \geq 1$ かつ $|a-2b| \geq 2$

⑥ $(a+b)^2 + (a-2b)^2 > 5$

⑦ $|a+b| \geq 1$ または $|a-2b| \geq 2$

⑧ $(a+b)^2 + (a-2b)^2 \geq 5$

(3) p は q であるための 。

に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

① 必要十分条件である

② 必要条件であるが、十分条件ではない

③ 十分条件であるが、必要条件ではない

④ 必要条件でも十分条件でもない

【解答欄】

記号	チ	ツ	テ	ト
解答				
配点	3	2	2	3

<考え方・ヒント>

(1) 数値を代入してみる。

条件 q が成り立ち、 p が成り立たないものを探す。

(2) $p \rightarrow q$ の対偶は

$$\bar{q} \rightarrow \bar{p}$$

* 「 p かつ q 」の否定は

$$\bar{p} \text{ または } \bar{q}$$

* 「 p または q 」の否定は

$$\bar{p} \text{ かつ } \bar{q}$$

* 「 $a > 1$ 」の否定は「 $a \leq 1$ 」

(3) 命題が真であれば、その対偶も真である。

(1)より $q \rightarrow p$ は成り立たない。

$p \rightarrow q$ は対偶を考えてみる。

<略解>

[2]

- (1) $a=0, b=0$ のとき … q : 成り立つ p : 成り立つ
 $a=1, b=0$ のとき … q : 成り立つ p : 成り立つ
 $a=0, b=1$ のとき … q : 成り立たない p : 成り立たない
 $a=1, b=1$ のとき … q : 成り立つ p : 成り立たない
従って, 「 $q \Rightarrow p$ 」の反例(条件 q が成り立ち, p が成り立たないもの)になるのは ③

- (2) 「 $p \rightarrow q$ 」の対偶は「 $\bar{q} \rightarrow \bar{p}$ 」
 q の否定: $|a+b| \geq 1$ かつ $|a-2b| \geq 2$
 p の否定: $(a+b)^2 + (a-2b)^2 \geq 5$
よって, 「④ \rightarrow ⑦」

- (3) (1)で「 $q \rightarrow p$ 」は反例が存在するので偽
「 $\bar{q} \rightarrow \bar{p}$ 」
 $|a+b| \geq 1$ より $(a+b)^2 \geq 1$, $|a-2b| \geq 2$ より $(a-2b)^2 \geq 4$
従って, $(a+b)^2 + (a-2b)^2 \geq 5$ が成り立つ。
よって, 「 $\bar{q} \rightarrow \bar{p}$ 」が真だから「 $p \rightarrow q$ 」も真である。
従って, p は q の十分条件であるが, 必要条件ではない。

<解答>

記号	チ	ツ	テ	ト
解答	3	4	7	2
配点	3	2	2	3