a，b を実数とし，x の二つの２次関数

$$y = 3x^2 - 2x - 1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$y = x^2 + 2ax + b \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

のグラフをそれぞれ G_1，G_2 とする。

以下では，G_2 の頂点は G_1 上にあるとする。

このとき

$$b = \boxed{\text{ア}}\,a^2 + \boxed{\text{イ}}\,a - \boxed{\text{ウ}}$$

であり，G_2 の頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(-a,\ \boxed{\text{エ}}\,a^2 + 2a - \boxed{\text{オ}}\right)$$

となる。

(1)　G_2 の頂点の y 座標は，$a = \dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のとき，最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ をとる。

$a = \dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のとき，G_2 の軸は直線 $x = \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であり，G_2 と x 軸との交点の x 座標は

$$\frac{\boxed{\text{セ}} \pm \boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。

(2)　G_2 が点$(0,5)$を通るとき，$a = \boxed{\text{ツ}}$，$\dfrac{\boxed{\text{テト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

$a = \boxed{\text{ツ}}$ のとき，G_2 を x 軸方向に $\boxed{\text{ニ}}$，y 軸方向にも同じく $\boxed{\text{ニ}}$ だけ平行移動しても頂点は G_1 上にある。ただし，$\boxed{\text{ニ}}$ は０でない数とする。

＜考え方・ヒント＞

$y = ax^2 + bx + c$ を

　$y = a(x - p)^2 + q$

の形に変形する。

　→　頂点$(p,\ q)$　軸 $x = p$

(1)　G_2 の頂点の y 座標は a の２次関数

　→　$3(a - s)^2 + t$　の形に変形

　$a = s$ のとき最小値 t

G_2 と x 軸との交点

　→　y=0 として x を求める。

　　解の公式を利用

(2)　G2 に（0，5）を代入

　→　b を求める

　→　b と a の関係から a を求める

平行移動は頂点の位置を比べる。

G_2 の頂点（p，q）に対して

平行移動後（p+k，q+k）として G_1 に代入。

【解答欄】

<table>
<tr><td>記号</td><td>ア</td><td>イ</td><td>ウ</td><td>エ</td><td>オ</td></tr>
<tr><td>解答</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>配点</td><td colspan="3">3</td><td colspan="2">2</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>記号</td><td>カキ</td><td>ク</td><td>ケコ</td><td>サ</td><td>シ</td><td>ス</td><td>セ</td><td>ソ</td><td>タ</td><td>チ</td></tr>
<tr><td>解答</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>配点</td><td colspan="2">3</td><td colspan="2">3</td><td colspan="2">2</td><td colspan="4">4</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>記号</td><td>ツ</td><td>テト</td><td>ナ</td><td>ニ</td></tr>
<tr><td>解答</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>配点</td><td>2</td><td colspan="2">2</td><td>4</td></tr>
</table>

＜略解＞

$$y = 3x^2 - 2x - 1$$

$$= 3\left(x^2 - \frac{2}{3}x\right) - 1$$

$$= 3\left\{\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{9}\right\} - 1$$

$$= 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{4}{3}$$

頂点は　$\left(\frac{1}{3},\ -\frac{4}{3}\right)$

同様にして　$y = x^2 + 2ax + b = (x + a)^2 - a^2 + b$　より　頂点は$(-a,\ -a^2 + b)$

G2 の頂点が G1 上にあるとき　　$-a^2 + b = 3a^2 + 2a - 1$

従って，　$b = 4a^2 + 2a - 1$　　　　G2 の頂点は　$(-a,\ 3a^2 + 2a - 1)$　となる。

(1)　G_2の頂点を　$f(a) = 3a^2 + 2a - 1$　とする。

$$f(a) = 3\left(a + \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{4}{3}$$

なので、　$a = -\frac{1}{3}$　のとき　最小値$-\frac{4}{3}$　をとる。

この時，G_2の軸は　$x = \frac{1}{3}$

G_2で，$y=0$　とすると

$$x^2 - \frac{2}{3}x + \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{3} - 1\right) = 0$$

これを解くと，

$$x = \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{3}$$

(2)　G_2に（0，5）を代入すると，　$b=5$

従って，　$4a^2 + 2a - 1 = 5$　　これを解くと，　$a = 1, -\frac{3}{2}$

$a=1$　のとき G_2の頂点は　（−1，4）

この点を x 軸方向に k，y 軸方向に k　平行移動すると（$-1+k$，$4+k$）

この点が G_1上にあるとすると

$4+k=3(-1+k)2-2(-1+k)-1$

これを解くと，　$k=0, 3$

$k=0$　ではないので　$k=3$

＜解答＞

記号	ア	イ	ウ	エ	オ
解答	**4**	**2**	**1**	**3**	**1**
配点	3			2	

記号	カキ	ク	ケコ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ
解答	**−1**	**3**	**−4**	**3**	**1**	**3**	**1**	**2**	**3**	**3**
配点	3		3		2		4			

記号	ツ	テト	ナ	ニ
解答	**1**	**−3**	**2**	**3**
配点	2	2		4